

AS CIÊNCIAS EXATAS E OS ERROS

Professora Gilcina Guimarães Machado

INTRODUÇÃO

A ciência é o resultado da capacidade do ser humano de pensar, questionar e solucionar problemas ao seu redor.

Desde eras remotas havia a percepção que um grupo de quatro varetas era maior que um grupo de três varetas, assim como de quatro pedras era maior que de três pedras. Somente muito tempo depois é que se constatou que estas desigualdades eram “isomorfas” e que a coleção de três varetas tinha alguma coisa em comum com a de três pedras, a “threeness”. Aí surge a idéia de número. A seguir surgiram os problemas com os números. Enquanto

as soluções não eram obtidas, os valores desconhecidos que estavam sendo calculados (incógnitas) eram representados por x , começando assim o desenvolvimento da Álgebra. Expressões com x , como $4x + 20 = 2(x + 20)$ usadas somente em operações de adição, subtração e multiplicação foram denominadas polinomiais, e logo se entendeu que estas expressões polinomiais podiam ser adicionadas e multiplicadas, nem sempre divididas, exatamente como os números. Problemas com vários valores desconhecidos surgiram e foram representados por x, y, z . Criada uma equação do tipo $2x + y + z = 6$, logo se pode ter um conjunto de equações formando um sistema linear. (PETKOVSEK, 1996)

Esta evolução nada mais foi que o desenvolvimento de uma ciência que após, formalizada, denominou-se matemática.

Uma ciência exata é qualquer campo do conhecimento humano voltado a formulação de expressões quantitativas, demonstração de condições necessárias e suficientes para a existência de determinada propriedade. A matemática, a física e a química são áreas que pertencem ao grupo de ciências que são denominadas exatas. O termo exata decorre do fato de ser baseada em verdades demonstradas através de argumentos lógicos, racionais e dedução de princípios.

Uma ciência pode ser pura ou aplicada. Ela é pura quando está voltada somente a geração e demonstração dos conceitos. O desenvolvimento de métodos não está atrelado a problema específico. Normalmente pode ser usado na modelagem de problemas, mas quando desenvolvidos não estão a eles relacionados. Na área de matemática, a Álgebra de Boole foi desenvolvida para tratar estruturas algébricas nas operações lógicas, sem estar vinculada a qualquer problema prático, posteriormente foi utilizada como fundamento da matemática computacional baseada em números binários. A ciência é aplicada quando é utilizada para solucionar problemas da vida real. A exatidão da ciência está relacionada à ciência pura.

Os erros aparecem na ciência aplicada, isto é, quando resolvemos os problemas da vida real, utilizando a física, a matemática e outras matérias. A solução dos problemas envolve uma diversidade de dados e utilização de máquinas. Os problemas atualmente são de grande complexidade e para resolvê-los é determinante o uso dos computadores que suprem as necessidades de memória para armazenamento e velocidade no processamento dos dados.

Todo o ferramental matemático e computacional disponível para estudo e desenvolvimento de produtos e processos ou aperfeiçoamento dos já existentes foi a motivação para fazer este trabalho, onde os elementos apresentados focalizam a importância do conhecimento de Cálculo Numérico (CNU) na vida do oficial de Marinha quer em sua vida profissional ou particular. É também uma forma de disponibilizar para os Aspirantes interessados no assunto material de consulta e uma apresentação para aqueles que não conhecem CNU.

CÁLCULO NUMÉRICO (CNU)

O Cálculo Numérico desenvolveu-se para atender às demandas por técnicas numéricas que resolvessem problemas onde soluções analíticas não existiam, assim como para aplicação na área de computadores. Soluções analíticas são soluções através de algoritmos. Um algoritmo é uma sequência de passos para resolver um problema.

Até o advento dos computadores, a teoria existente satisfazia plenamente às condições existentes quanto à manipulação dos números, onde não era contado o número de dígitos da sua composição. O uso de computadores digitais mudou esta situação, uma vez que existe limitação no número de dígitos de cada número registrado.

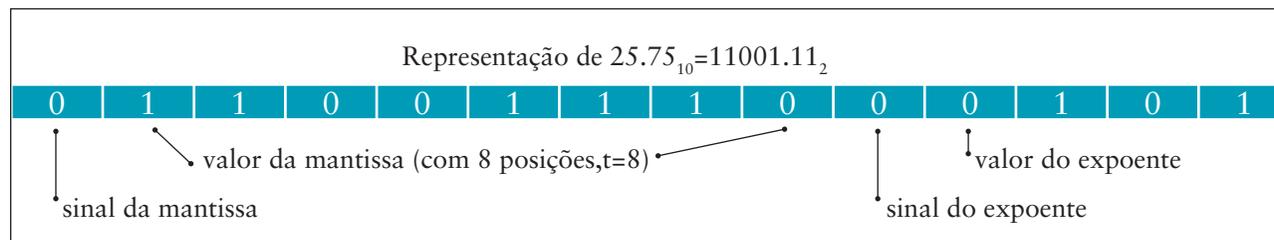
Para análise dos resultados obtidos após processamento, é indispensável o conhecimento sobre aritmética computacional, relacionada à forma de processamento da máquina (base utilizada, número de dígitos da parte fracionária e do expoente da base). Para registrar os números a técnica desenvolvida é baseada na posição do ponto que separa a parte inteira da parte fracionária do número e que pode ser o modo de ponto fixo ou flutuante.

O modo de aritmética de ponto fixo mostrou ser muito semelhante à maneira corrente de se escrever aritmética com lápis e papel. A diferença crucial é a posição do ponto fixo, com a colocação à esquerda do número, todos menores que um, ou à direita e todos os números na forma de inteiros. Este método apresentou dificuldades de operação devido à complexidade dos números manipulados. Nos atuais computadores, o método utilizado é o de ponto flutuante. (RALSTON, 1978).

No modo de ponto flutuante são definidos três parâmetros: a base b , a mantissa (tamanho da parte fracionária) e o expoente (e) que pertence a um intervalo, que determina o tamanho da potência da base que a mantissa precisa ser multiplicada para manter seu valor.

É possível visualizar este processo de forma compacta. Se um equipamento trabalha em um Sistema Aritmético de Ponto Flutuante com os seguintes parâmetros: $b = 2$, $t=8$, $e \in [-15,15]$ e se for considerado o valor 0 para o sinal dos números positivos e o valor 1 para os números negativos, o número 25.75 é representado na forma compacta com 14 dígitos. (Figura 1).

FIGURA 1 – FORMA COMPACTA EM PONTO FLUTUANTE.



Fonte: Barroso, 1987

Embora utilizando os métodos corretamente, é possível que erros apareçam quando se resolve um problema; na entrada dos dados, na representação dos números ou nas operações efetuadas com os números (RUGGIERO, 1996)

É importante notar que o conjunto de números representáveis em qualquer máquina é finito e, portanto, discreto, ou seja, não é possível representar em uma máquina todos os números de um dado intervalo $[a,b]$. A aplicação imediata do fato é que o resultado de uma simples operação ou o cálculo de uma função realizada com estes números pode conter erros. A menos que medidas apropriadas sejam tomadas, essas imprecisões causadas, por exemplo, em simplificações no modelo matemático, algumas vezes necessárias para se obter um modelo solúvel, erro de truncamento, que é a troca de uma série infinita por uma finita, erro de arredondamento, devido à própria estrutura da máquina, erros nos dados (dados imprecisos obtidos de experimentos ou arredondados na entrada), etc podem diminuir e algumas vezes destruir a precisão dos resultados, mesmo com precisão dupla. (FRANCO, 2006)

Um dos problemas mais importantes das aproximações numéricas é o problema de se encontrar as raízes de uma equação da forma $f(x)=0$, para uma dada função f (zero da função) contínua no intervalo $[a,b]$ e $f(a)$ e $f(b)$ com sinais opostos.

O problema de encontrar uma aproximação para a raiz de uma equação pode ser rastreado até um passado distante, por volta do ano 1700 a.C. Uma tábua cuneiforme existente na coleção Babilônia de Yale datada daquele período dá um número sexagesimal (base 60) equivalente a 1,414222 como uma aproximação da $\sqrt{2}$, um resultado com aproximação de 10^{-5} . (BURDEN, 2003).

A interpolação é o coração da análise numérica clássica, pois a partir das fórmulas de interpolação outros métodos de análise numérica são obtidos,

como os métodos de diferenciação e integração numérica, quadratura numérica e equações diferenciais. (RALSTON, 1978)

Outra importante aplicação de interpolação é em Computer-Aided Design (CAD), onde é utilizada na construção de cascos de embarcações. (PLATO, 2000).

A interpolação trata de problemas que buscam, dentro de uma família de curvas, a curva que passa por um conjunto de pontos. São técnicas de interpolação as fórmulas de Lagrange e Newton de diferenças divididas.

A fórmula de Lagrange é utilizada para definição de uma função f em um conjunto de $(n+1)$ pontos (reais), única em um conjunto de polinômios de grau n . O cálculo dos coeficientes de Newton do conjunto de $(n+1)$ pontos, denominados de diferenças divididas de determinada ordem, é outro método para obtenção do polinômio interpolador. (BLUM, 1972)

A integração numérica trata do problema básico que está relacionado ao cálculo da integração de uma função f definida em um intervalo. Considerando f uma função sem pontos singulares (tende a infinito no intervalo), as regras dos Trapézios e de Simpson são adequadas. A regra trapezoidal é de muita eficiência mesmo em intervalos infinitos. (GAUTSCHI, 1997).

A importância da integração numérica é que resolve o problema da integração onde a função não é conhecida, apenas seu valor numérico.

O CÁLCULO NUMÉRICO NA ESCOLA NAVAL (EN)

A disciplina de Cálculo Numérico varia muito de uma instituição para outra, de um curso para outro, em termos de tópicos abordados bem como de métodos estudados.

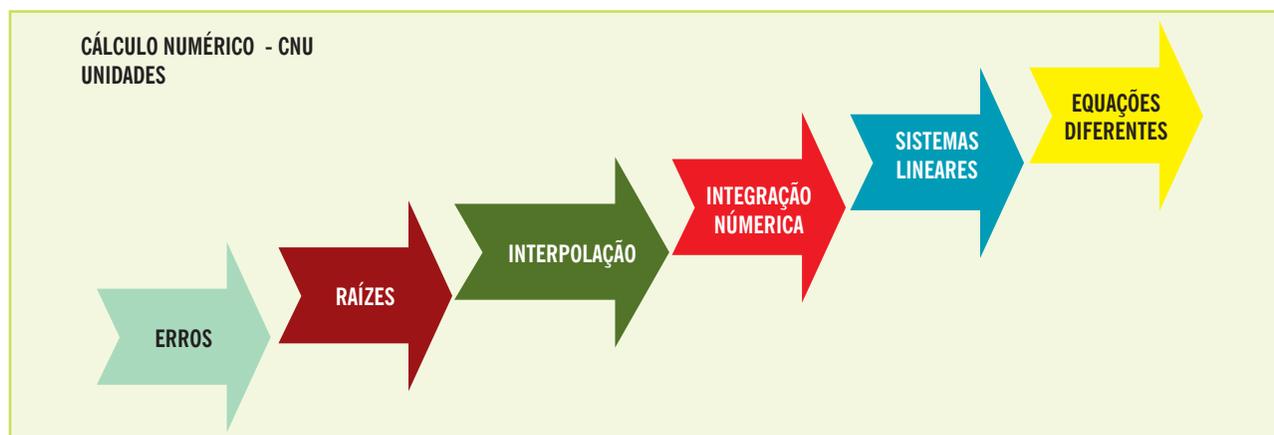
Na EN os saberes que compõem o currículo foram selecionados a partir do perfil do Oficial almejado pela Marinha do Brasil. Há disciplinas com saberes especí-

ficos para as atividades marinheiras e disciplinas cujos conteúdos transportam explicitamente as estruturas sociais da organização. A Marinha, através da Escola Naval forma profissionais para atender suas necessidades. (ALMEIDA, 2009)

O Cálculo Numérico na Escola Naval está inserido no currículo para atender às necessidades da área de tecnologia da Marinha.

O programa de CNU é anual e é dado aos Aspirantes do segundo ano dividido em 6 unidades. (Figura 2)

FIGURA 2 = UNIDADES DE CÁLCULO NUMÉRICO



Fonte: o Autor

Ao se iniciar o curso de CNU, é necessário enfatizar o poder de cálculo dos atuais computadores que permite que muitos problemas em ciências aplicadas possam ser simulados computacionalmente. A simulação destes problemas requer uma modelagem matemática, a implementação das equações resultantes e a posterior análise dos resultados produzidos pelos computadores. Para atuar nesta realidade, surge a necessidade de se aprofundar os conhecimentos nas áreas de modelagem matemática e cálculo numérico. É importante que o estudante tenha consciência que a compreensão dos conceitos é mais importante que a simples memorização de fórmulas. O cálculo numérico é ensinado com o intuito de dar suporte numérico e conhecimentos para entendimento das dificuldades que possam surgir durante a resolução de um problema, dar subsídios para evitá-los e propiciar uma melhor interpretação dos resultados obtidos. Mostrar aplicabilidade dos métodos numéricos bem como conscientizar os alunos que CNU pode ser aplicado em qualquer área das ciências aplicadas. (FRANCO, 2006)

Após o ensino da teoria, a fixação dos conhecimentos é feita através de exercícios resolvidos manualmente e aqueles de maior grau de dificuldade nas operações são realizados no computador, através da utilização do programa MATLAB. Além de obter uma resposta rápida, o objetivo desta prática é permitir que os Aspirantes

saibam com que métodos numéricos os programas funcionam e como são feitas as operações. Os dados solicitados pelos programas identificam o método numérico embutido na programação, como é o caso do cálculo das raízes de $f(x)$ quando o computador solicita o domínio e a imagem de $f(x)$ e um valor inicial que é a mesma forma como é utilizado na resolução manual quando usam o método de Newton-Raphson para o mesmo fim. O comando trapz do MATLAB para cálculo de integral numérica (áreas) identifica a Regra dos Trapézios para integração numérica. Então temos um estudante que sabe fazer manualmente e entender como a máquina opera. Assim está capacitado a atuar no processo de melhoria de procedimentos que forneça resultados específicos às suas necessidades. A situação comum de saber o que faz, mas ignorar como e por que faz, as famosas “caixas pretas” que não permitem atuação direta; geram condições de submissão ao processo. O perfil do Oficial deve ser de questionamento e vontade de aperfeiçoar tudo que pode ser melhorado ao seu redor quer em equipamentos ou processos. Conhecer os recursos do MATLAB permite que se trabalhe com simulações. É o caminho para entender como funcionam os simuladores onde um dia poderão ser treinados.

Os projetos em engenharia são em sua maioria testados com simulações das operações do sistema antes

da sua construção. As simulações envolvem a criação de modelos matemáticos do comportamento do sistema e a alimentação desses modelos com dados reais. Se os modelos respondem corretamente aos dados de entrada simulados, podemos ter confiança razoável que o sistema real responderá corretamente aos dados reais. (CHAPMAN, 2003).

Várias são as habilidades adquiridas durante o aprendizado de CNU. A forma de resolver problemas através de uma abordagem por aproximação implica inicialmente estudar o problema para identificar possíveis candidatos à solução. Esta fase envolve métodos gráficos, substituição de valores que serão ou não validados por teoremas próprios. Com esta abordagem surgem então os métodos que envolvem dados iniciais, critérios de parada utilizados para aproximação dos valores obtidos aos valores exatos, a menos de um erro pré-estabelecido, e critérios de convergência. Desenvolve a capacidade de trabalhar com o que chamamos de métodos iterativos.

Chama-se de “iteração” a cada passagem pelo processo, e sua repetição até alcançar o valor desejado o que implica necessariamente em uma melhoria da aproximação. (BURIAN, 2007).

Os métodos iterativos incluem um ciclo de operações aos quais os valores iniciais serão submetidos para a aproximação aos valores exatos. O ciclo é repetido, tantas vezes enquanto o critério de parada apresentar erro maior que o erro desejado e pré-estabelecido.

Esta abordagem é muito comum no mundo real, uma vez que todos os dados necessários para se resolver os problemas nem sempre estão disponíveis.

CONCLUSÃO

Durante a realização dos cursos de CNU, é possível identificar questionamentos interessantes partidos dos

Aspirantes quanto à forma de apresentação da teoria e que mostra seu entendimento do assunto. Durante a explicação da teoria relacionada à aritmética computacional executada pelo computador em ponto flutuante, o Aspirante questionou o porquê de não nomear o método de vírgula flutuante. Com certeza esta seria a melhor nomenclatura se a teoria que estava sendo ensinada não fosse importada. Boa oportunidade para tomar conhecimento de que o que se desenvolve está sempre mais perto e acessível.

Outro questionamento bastante frequente ocorre no início do curso, antes de serem dados exercícios, testes e provas onde o Cálculo Numérico é utilizado em problemas relacionados às atividades dos Oficiais. Qual a utilização de CNU na Marinha? A resposta é sempre em termos percentuais. Os usuários de CNU profissionalmente devem estar entre aproximadamente 1 a 10% dos formandos anualmente. Se ninguém souber os conceitos e como usar os métodos numéricos, 1% a 10% de zero é zero e o suporte de recursos humanos na área tecnológica da Marinha será zero. Em contrapartida, se muitos se desenvolverem na área, a contribuição será muito maior. A Marinha possui atualmente vários projetos na área de tecnologia em desenvolvimento e um dos fatores mais importantes para o sucesso e conclusão destes projetos é o pessoal disponível capacitado em seus quadros.

Toda habilidade adquirida no curso de formação também é útil na vida particular quando assumir compromissos e tiver por hábito avaliar os erros que eventualmente possam ocorrer. Esta prática reduzirá os riscos e garantirá a redução dos fracassos. A capacidade do ser humano de cuidar bem de si e de sua família contribui para se ter um país desenvolvido. A condição de país desenvolvido está associada ao elevado percentual da população educada e produtiva.

BIBLIOGRAFIA

ALMEIDA A.B. Formação de Oficiais da Marinha do Brasil na Escola Naval. Revista de Villegagnon, Ano IV, Número 4, 2009.

BARROSO L.C. et all. Cálculo Numérico com Aplicações. Editora Harbra Ltda. 1987.

BLUM E.K. Numerical Analysis and Computation. Theory and Practice. Addison Wesley Publishing Company, 1972.

BURDEN, R.L. e FAIRES J.D. Análise Numérica, Editora Thomson Learning, 2003.

BURIAN, R. et all. Cálculo Numérico. Fundamentos de Informática. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., LTC 2007.

CHAPMAN, S.J. Programação em MATLAB para Engenheiros. Editora Thomson Learning, S. Paulo, 2003.

FRANCO, N.B. Cálculo Numérico. Editora Pearson, Prentice Hall-2006.

GAUTSCHI W. Numerical Analysis, an Introduction Editora Birkhäuser, 1997.

PETKOVSEK, M. HERBERT S. W. DORON Z. A=B, Editora A.K. Peters Ltd. 1996.

PLATO R. Concise Numerical Mathematics. American Mathematical Society, 2000.

RALSTON A., WITZ P.R. A First Course in Numerical Analysis. Editora McGraw-Hill Kogakusha Ltd- 1978.

RUGGIERO, M.A.G. e LOPES, V.L.R. Cálculo Numérico. Aspectos Teóricos e Computacionais. Makron Books do Brasil Editora Ltda, 1996.

